

## חשיבה כמותית: פרק 1 - פתרונות

1. (4) - 6 שעות

**EZ זיהוי:** בעיות תנועה**EZ סיווג:** בעיית תנועה פשוטה – שימוש במשוואת התנועה**EZ-WAY:** נשתמש במשוואת התנועה:  $s = v \cdot t$ 

בשאלה נתונים לנו הדרך – 80 ק"מ והמהירות – 40 קמ"ש. אם נציב במשוואת התנועה נוכל

לחשב את זמן התנועה:  $80 = 40 \cdot t / : 40$ 

$$t = 2$$

כלומר התנועה בכיוון אחד אורכת שתיים. דנה נסעה הלך חזור – סה"כ 4 שעות, ובנוסף שהתה

שעתיים נוספות בירושלים – כלומר סה"כ 6 שעות מרגע היציאה ועד החזרה.

**EZ-Tip:** בכל בעיה מילולית, לאחר השימוש בנוסחה וביצוע החישוב – נחזור ונבדוק מה

נשאלנו בשאלה בכדי לוודא שאכן נאתר את התשובה הנכונה ונמנע ממסוייחם.

2. (2) - 2

**EZ זיהוי:** אלגברה**EZ סיווג:** ערך מוחלט

בשאלה זו אנו נשאלים במפורש איזה מהמספרים הבאים מקיים את אי השוויון הנתון, כלומר אנו מונחים באופן מפורש להציב את התשובות בשאלה ולבדוק מי מהן תניב משפט אמת. נעבור

להצבה באי השוויון:  $|x+1| < |x-1|$

תשובה 1:  $|1+1| < |1-1| \Rightarrow 2 < 0$  זהו אינו משפט אמת ולכן התשובה אינה נכונה.

שימו לב, כבר מהצבה זו אנו יכולים להסיק כי מספרים חיוביים תמיד יתנו ערך גדול יותר באגף השמאלי ולכן לא יניבו משפט אמת.

תשובה 2:  $|-2+1| < |-2-1| \Rightarrow 1 < 3$  זהו אכן משפט אמת וזוהי התשובה הנכונה.תשובה 3:  $|0+1| < |0-1| \Rightarrow 1 < 1$  תשובה זו אינה נכונה.תשובה 4:  $|\frac{1}{2}+1| < |\frac{1}{2}-1| \Rightarrow 1\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$  כפי שראינו קודם, הצבה של מספרים חיוביים לא תניב

משפט אמת וגם תשובה זו אינה נכונה.

**EZ-Tip:** ערך מוחלט מייצג את מרחקו של מספר מסויים מראשית הצירים ולכן תמיד יהיה

חיובי. כלומר, גם ערכם המוחלט של מספרים שליליים תמיד יהיה חיובי.



3 (3) -3

**EZ זיהוי:** אלגברה

**EZ סיווג:** פתרון משוואה בנעלם אחד.

זוהי משוואה פשוטה בנעלם אחד, אין לנו אלא לפתור אותה באופן פשוט לפי הכללים המוכרים. ראשית נכפיל במכנה המשותף כדי להיפטר מהמכנים (פעולה הזוהה לכפל בהצלבה):

$$\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x+1} / \cdot (x+2) \cdot (x+1)$$

$$(x+1) \cdot 1 = (x+2) \cdot 2 \quad \text{כעת נפתח סוגריים:}$$

$$x+1 = 2x+4 / -x \quad \text{ונבודד את הנעלם:}$$

$$1 = x+4 / -4$$

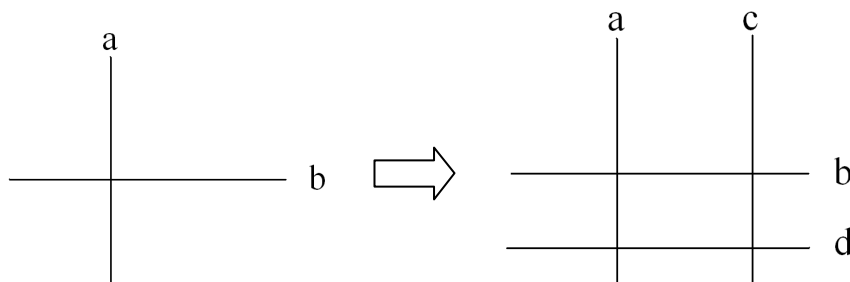
$$-3 = x$$

4. (2) - הם מאונכים זה לזה

**EZ זיהוי:** גיאומטריה

**EZ סיווג:** קווים מקבילים / מאונכים

אנו יכולים להיעזר בשרטוט פשוט של המצב המתואר בשאלה: ראשית נתונים הישרים a ו-b המאונכים זה לזה, כעת נוסיף ישר c המקביל ל-a וישר d המקביל ל-b:



קל לראות מן השרטוט הפשוט הנ"ל שהישרים c ו-d חייבים להיות מאונכים זה לזה.

## 5. (1) - 16

**EZ זיהוי:** תכונות מספרים**EZ סיווג:** תכונות חלוקה, חוקי זוגי/אי-זוגי

**EZ-Tip:** בבעיות מילוליות, כאשר נשאל "מה יכול להיות" ניעזר בתשובות ונפתור בשיטת האלימינציה, אך ראשית נפרט לעצמנו מהם הקריטריונים שבהם צריכה לעמוד התשובה הנכונה בתרגיל.

ננסה להסיק מהם הכללים הנתונים בשאלה:

א. יותר ממחצית העובדים מרכיבים משקפיים – כלומר לפחות 21 בעלי משקפיים (מתוך 38 עובדים במשרד). זה משאיר לנו **לכל היותר** 19 עובדים שאינם מרכיבים משקפיים. אם כך, ניתן לפסול מיד את תשובות (2) ו-(3). **שימו לב ששאלו מהו מספרם של אלו שאינם מרכיבים משקפיים.**

ב. חצי מהעובדים שמרכיבים משקפיים אוהבים תה – כלומר מספר מרכיבי המשקפיים צריך להתחלק ב-2 (21 לדוגמה, לא יכול להיות מספר מרכיבי המשקפיים). מכך משתמע שגם מספרם של אלו שאינם מרכיבים משקפיים חייב להתחלק ב-2, מכיוון שאם סכום העובדים הוא מספר זוגי (40) ומספר מרכיבי המשקפיים הוא מספר זוגי, גם ההפרש ביניהם חייב להיות זוגי.

מכאן ניתן לפסול בוודאות גם את תשובה (4) - 9 אינו מספר זוגי.

אחרי שפסלנו 3 תשובות, ניתן לסמן את תשובה (1), אולם כדאי לבדוק בכל זאת שתשובה זו תיתכן: אם ישנם 16 עובדים שאינם בעלי משקפיים, אזי ישנם 24 עובדים בעלי משקפיים, וחצי מהם, כלומר 12 אוהבים לשתות תה. היות שראינו שאין כאן סתירה בין התשובה לנתונים, אפשר לסמן את התשובה בביטחון.

**EZ-Tip:** הדרך השניה ל-700 היא אלימינציה!

## 6. (2) - 10

**EZ זיהוי:** בעיות כלליות**EZ סיווג:** אנו נשאלים על "נעלמים" – נשתמש בבניית משוואות.

נפתור על פי השלבים של בניית משוואות:

א. נייצג את הנתונים בעזרת נעלמים –

יש לנו שני גורמים בשאלה - יום חם ויום קר, ואנו יודעים כי האורך שנטווה ביום קר

גדול פי 2, לכן:

יום חם:  $H$ יום קר:  $2H$ 

ב. כעת נציב את הגורמים שייצגנו במשוואה על פי הנתון בשאלה:

אנו יודעים שהעכביש עבד 2 ימים קרים ו-6 ימים חמים וסה"כ טווח 1 מטר (100 ס"מ)

כלומר:  $6 \cdot \text{ימים חמים} + 2 \cdot \text{ימים קרים} = 1 \text{ מטר}$

נציב את הנתונים שייצגנו:  $100 = 2H \cdot 2 + H \cdot 6$

ונפתור:  $100 = 4H + 6H$

$100 = 10H / :10$

$10 = H$

כעת נחזור ונוודא מה נשאלנו בשאלה – נשאלנו על יום חם ואכן התשובה היא 10 ס"מ.

**EZ-Tip:** בשלב ייצוג הנתונים בבניית משוואה – נשתמש בנעלם התואם את שמו של הגיבור

בשאלה בכדי שנדע בוודאות מה מצאנו בסיומו של החישוב.

7. (4) - 0

**EZ זיהוי:** אלגברה

**EZ סיווג:** משוואה אחת בשני נעלמים – נעזר בתשובות שבשאלה.

נשים לב כי לא ניתן לפתור משוואה אחת לה שני נעלמים, ולכן נבודד את הנעלמים שבתרגיל

באחד האגפים וניעזר בתשובות למציאת פתרון של המשוואה:

ראשית ניפטר מהמכנה המשותף:  $\frac{2}{3} - \frac{a^2}{3} = \frac{b^2}{3} + \frac{2}{3} / \cdot 3$

וכעת נבודד את הנעלמים:  $2 - a^2 = b^2 + 2 / + a^2$

$2 = a^2 + b^2 + 2 / -2$

$0 = a^2 + b^2$

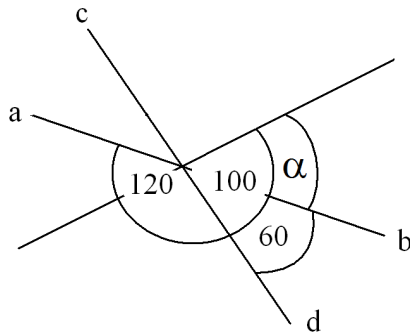
לא נוכל לפשט את המשוואה מעבר לביטוי הנ"ל ולכן ננסה להבין מה יכולים להיות a ו-b אשר

אם נעלה אותם בריבוע יניבו תוצאה של 0. נשים לב כי כל מספר בריבוע הינו חיובי ולכן חיבור של

שני מספרים חיוביים לעולם לא יניב תוצאה שלילית. מכאן (ותוך שאנו נעזרים בתשובות) נבין כי

בעצם רק אם a ו-b הם שניהם שווים ל-0 תיתכן המשוואה הנ"ל:  $0 = 0^2 + 0^2$

כלומר הסכום של a ו-b גם הוא שווה ל-0.

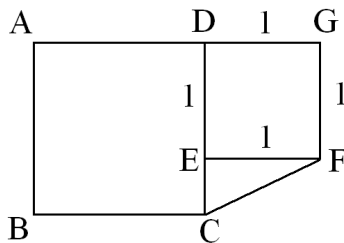
8. (4) -  $40^\circ$ 
**EZ זיהוי:** גיאומטריה


ניעזר בשרטוט הנתון בכדי להסיק את גודלה של הזווית  $\alpha$ .  
 נסתכל על ישר  $ab$ : ראשית, אנו יודעים שגודלה של זווית  
 שטוחה הינו 180 מעלות ולכן נסיק כי הזווית בין  $b$  ל- $d$   
 הינה 60 מעלות, שכן היא משלימה ל-180 ביחד עם  
 ה-120 מעלות שנתונות בשרטוט.

מכאן נסיק כי גודלה של  $\alpha$  הינו 40 מעלות, שכן היא משלימה ל-100 ביחד עם הזווית בת 60  
 המעלות שכבר חישבנו.

9. (4) - אי אפשר לדעת על פי הנתונים

**EZ זיהוי:** גיאומטריה

**EZ סיווג:** מרובעים


בשאלה זו, אנו רוצים לחשב את אורכו של הישר  $CF$   
 ולכן נביט על המשולש ישר הזווית  $CEF$ . אבל, למעט

צלע  $EF$  השווה ל-1 אין לנו כל דרך לדעת את אורכה של הצלע הנוספת  $EC$  במשולש. במקרה ואנו  
 יודעים רק צלע אחת במשולש ישר זווית, לא נוכל להשתמש במשפט פיתגורס כדי לחשב את  
 אורכי הצלעות האחרות. שימו לב שהנתון כי הנקודה  $E$  הינה "על" הצלע  $ED$  הינו נתון מעורפל  
 שלא מספק לנו כל מידע נוסף למעט לעובדה שצלע  $CD$  היא גדולה מ-1.

**EZ-Tip:** לעולם לא נסיק מתוך שרטוט על הגודל או הגודל היחסי של אורכים המופיעים  
 בשרטוט, כל עוד לא מצורף לנו מידע נוסף.

10. (3) - 15

**EZ זיהוי:** תכונות מספרים

**EZ סיווג:** תכונות חלוקה

שימו לב, כי למרות שמדובר בקוביות ומצורף שרטוט לשאלה – אין מדובר בשאלת גיאומטריה,  
 אלא אנו נדרשים למצוא את מספר הקוביות שבידי הבנות.  
 ניעזר בנתונים לגבי כל אחת מהבנות בכדי לפסול תשובות:  
 הדס בנתה 5 מגדלים בגובה שווה – כלומר שה"כ הקוביות של הבנות מתחלק ב-5. נוכל מייד  
 לפסול את תשובה (2) – 13 קוביות.

בתייה בנתה 2 מגדלים שהאחד גבוה מהשני בקוביה אחת – כלומר שה"כ הקוביות הוא סכום של  
 שני מספרים עוקבים ולכן בהכרח אי זוגי – גם תשובה (1) – 10 קוביות נפסלת.

גילי בנתה 3 מגדלים בגבהים שונים ובגובה מביניהם היו 7 קוביות.  
 נביט על תשובה (4) – 25 קוביות ונראה כי גם היא נפסלת. הלא אם המגדל הגובה הוא בן 7  
 קוביות, אזי נותרו עוד 18 קוביות לשני המגדלים הנוספים דבר המצביע כי לפחות אחד מהם הוא  
 בן יותר מ-7 קוביות.  
 מכאן כי התשובה הנכונה היא תשובה 3 – 15 קוביות, העומדת בכל התנאים שתוארו.

11. (4) -

**EZ זיהוי:** גיאומטריה

**EZ סיווג:** מעגל חוסם

ניזכר בכללים לגבי מעגל חוסם:

1. כל מצולע משוכלל ניתן לחסום במעגל – תשובה (2) נפסלת.
2. מרובע ניתן לחסום במעגל בתנאי שסכום כל זוג זווית נגדיות הוא 180 מעלות:  
 תשובה (1) – מוצג טרפז שווה שוקיים, זווית הבסיס שוות זו לזו ושוות ל-80 מעלות.  
 ניתן כמובן לראות כי כל זוג זווית נגדיות משלימות ל-180 מעלות. לכן התשובה נפסלת.
- 3) – בכל מלבן סכום הזוויות הנגדיות שווה 180 מעלות ולכן ניתן לחסימה.  
 תשובה (4) – ניתן לראות כי נתון דלתון ובו סכום זווית הראש שונה מ-180 מעלות ולכן לא  
 ניתן לחסימה במעגל. נסמן את תשובה 4.

**EZ-Tip1:** את כל המשולשים, המלבנים והמצולעים המשוכללים ניתן לחסום במעגל.

**EZ-Tip2:** מרובע ניתן לחסום במעגל רק בתנאי וכל זוג זווית נגדיות בו משלימות ל-180 מעלות.

12. (2) - 35

**EZ זיהוי:** אלגברה ותכונות מספרים

**EZ-WAY:** "נפרק את הצורה" – נפרק כל מספר לבסיסים הקטנים ביותר המרכיבים אותו.  
 נתון לנו הביטוי  $x = a \cdot b^2 \cdot c^3$ , כלומר  $x$  מורכב ממכפלה של שלושה מספרים שונים כאשר שניים  
 מהם בחזקה שנייה ושלישית. בעצם עלינו "לפרק" את המספרים שבתשובות לבסיסים הקטנים  
 ביותר כך שיתאימו לתבנית שבתרגיל.  
 $18 = 2 \cdot 3^2 \Rightarrow$  ננסה להתאים זאת לתבנית התרגיל:  $18 = 2 \cdot 3^2 \cdot 1^3$ , כלומר 18 אכן יכול להיות  $x$   
 ולכן תשובה זו נפסלת.  
 $35 = 5 \cdot 7 \Rightarrow$  אלו הבסיסים הקטנים ביותר ולכן ברור כי תשובה זו אינה מתאימה לתבנית  
 שבתרגיל וזוהי התשובה הנכונה.



נוכל לבדוק גם את שתי התשובות הנוספות :

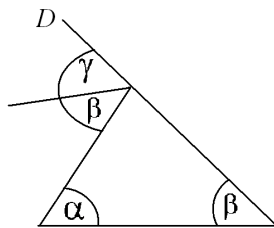
$$x = 1 \cdot 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72 \quad \leftarrow \text{ולפי התבנית שבתרגיל - } x = 1 \cdot 3^2 \cdot 2^3$$

$$x = 1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108 \quad \leftarrow \text{ולפי התבנית שבתרגיל - } x = 1 \cdot 2^2 \cdot 3^3$$

שימו לב, כי גם אם איננו בטוחים מהו הפירוק של המספר 108, אנחנו בהחלט יכולים לראות כי תשובה 2 איננה אפשרית ולסמנה כתשובה הנכונה.

### 13. (3) - שני הביטויים שווים זה לזה

**EZ זיהוי:** גיאומטריה - זווית חיצונית



בשאלה זו, הנתון החשוב לנו ביותר הוא כי נקודה D נמצאת על המשך צלעו של המשולש.

מכאן אנו יכולים להסיק כי הזווית  $(\beta + \gamma)$  מהוות

יחדיו זווית חיצונית למשולש, השווה לסכום שתי הזוויות הרחוקות ממנה.

$$\beta + \gamma = \alpha + \beta \quad \text{נתרגם זאת למשוואה:}$$

$$\beta + \gamma = \alpha + \beta / -\beta \quad \text{ונפשט את הביטוי:}$$

$$\gamma = \alpha \quad \text{קיבלנו כי:}$$

כלומר, שני הטורים שווים.

**EZ-Tip:** שאלות העוסקות בזוויות חיצוניות חוזרות על עצמן שוב ושוב במועדים האחרונים

ולכן מומלץ מאוד לזכור את התכונות של זוויות אלו.

### 14. (1) - הביטוי שבטור א' גדול יותר

**EZ זיהוי:** גיאומטריה – מלבנים

נשים לב כי האלכסונים במלבן יוצרים לנו

שני משולשים ישרי זווית ACB ו-DBC.

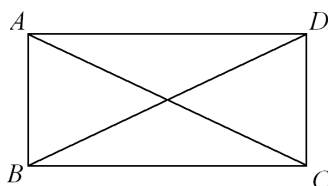
אנו יודעים כי בכל משולש, סכום 2 צלעות גדול מן הצלע השלישית.

$$AC < AB + BC \quad \text{כלומר במשולש ACB}$$

$$DB < DC + CB \quad \text{כנ"ל במשולש DBC}$$

משתני מסקנות אלו נוכל להסיק שבכל מלבן נתון, היקף המלבן תמיד יהיה גדול מסכום האלכסונים.

**EZ-Tip:** במשולש, סכום כל שתי צלעות תמיד יהיה גדול מן הצלע השלישית.



15. (1) - הביטוי שבטור א' גדול יותר

**EZ זיהוי:** אלגברה

מירב הנתונים בשאלה מופיעים במידע הנוסף, ולכן נתרכז ראשית בחלק זה.

נתונה לנו המשוואה:  $x + y = \frac{1}{2}y$

נעביר את  $y$  אגף ונקבל:  $x + y = \frac{1}{2}y / -y$

$x = -\frac{1}{2}y$

כעת, מכיוון שנתון לנו כי  $x > 0$ , כלומר חיובי, אנו יכולים להסיק על פי המשוואה  $x = -\frac{1}{2}y$

כי  $y$  הינו מספר שלילי (רק  $y$  שלילי ייתן  $x$  חיובי בביטוי זה).

שווה בין הביטויים שבטורים: מכיוון ש-  $y$  הינו מספר שלילי, נוכל לומר בוודאות כי הביטוי

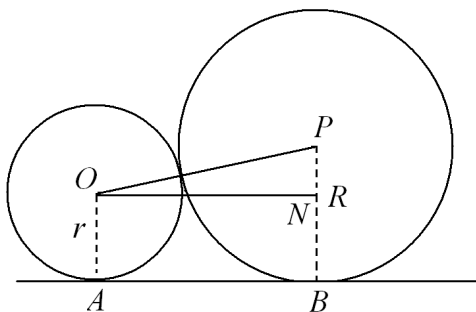
שבטור א' -  $\frac{1}{2}y$  גדול יותר מן הביטוי שבטור ב' -  $y$  (לדוגמה  $-1 < -\frac{1}{2}$  במקרה ו-  $y = -1$ ).

**EZ-Tip:** כאשר מדובר במספרים שליליים, ככל שמספר קטן יותר בערכו המוחלט (קרוב יותר

לנקודת ה-0) כך הוא גדול יותר בערכו (לדוגמה -1 הינו גדול יותר מ-20).

16. (1) - הביטוי שבטור א' גדול יותר

**EZ זיהוי:** גיאומטריה – מעגלים



נבטיע על המרובע ABPO ונעביר ישר המקביל AB לקבלת מלבן ONBA ומשולש ישר זווית ONP.

קל לראות כי OP משמש יתר במשולש ולכן גדול

יותר מ-ON השווה באורכו בדיוק ל-AB.

מכאן נוכל לומר כי בוודאות  $AB < OP$  ולכן טור א' גדול יותר.

שימו לב, כי הנתון כי  $r < R$  הוא זה המלמד שמרובע ABPO הינו טרפז ישר זווית שבסיסיו הם

$r$  ו- $R$  ולכן ניתן לחלקו למלבן ומשולש ישר זווית כפי שהצגנו בשרטוט.



17. (1) - הביטוי שבטור א' גדול יותר

**EZ זיהוי:** ממוצע

**EZ סיווג:** ממוצע פשוט

**EZ סיווג:** ניעזר בנוסחת הממוצע:  $\text{ממוצע} = \frac{\text{סכום מספר האיברים}}{\text{מספר האיברים}}$

סכום הגילאים לפני שנולד הילד החמישי:  $4x$ .

לאחר שנולד הילד החמישי הסכום עדיין יהיה  $4x$ , אולם מספר האיברים יהיה כעת 5.

אם כך, הממוצע החדש יהיה:  $\frac{4x}{5}$ .

בחלוף שנה, ממוצע הגילאים יגדל בדיוק בשנה ויהיה:  $\frac{4x}{5} + 1$ .

**EZ-Tip:** אם כל האיברים בקבוצה גדלים באותו שיעור בדיוק, גם הממוצע יגדל באותו שיעור.

עכשיו נשווה:

טור א':  $x + 1$

טור ב':  $\frac{4x}{5} + 1$

אם נחסר 1 משני הביטויים נקבל השוואה בין  $x$  ל-  $\frac{4}{5}x$ .

כמובן ש-  $x$  שלם גדול מ-  $\frac{4}{5}x$ , ולכן טור א' גדול יותר.

דרך נוספת: אם נביט על טור א' נשים לב שהביטוי בו  $(x + 1)$  מייצג את ממוצע גילאי 4 האחים בעוד שנה אחת ללא אחיהם שנולד. אם נוסיף לממוצע זה את האח החדש שגילו בהכרח נמוך מן הממוצע כפי שמופיע בטור ב', תוספת זו בוודאי "תמשוך" את הממוצע כלפי מטה ותניב תוצאה קטנה יותר ממוצע 4 האחים לבדם.

**EZ-Tip:** תוספת של איבר הקטן מהממוצע תמשוך את הממוצע כלפי מטה ואילו תוספת של

איבר הגדול מהממוצע תמשוכו כלפי מעלה. תוספת של איבר השווה לממוצע לא תשפיע על הממוצע.

18. (4) - המידע הנתון איננו מספיק כדי לקבוע איזה מהנ"ל הוא יחס הגדלים בין הביטויים.

**EZ זיהוי:** תכונות מספרים

**EZ סיווג:** שארית חלוקה

זיכרו כי שארית חלוקה מוגדרת כמספר השלם הנותר כשארית לאחר פעולת חילוק.

על פי הנתון A הינו מספר המתחלק ב-3 עם שארית 2, לדוגמה:  $5 : 3 = 1(2)$

ובמילים – 3 "נכנס" פעם אחת ב-5 ולכן התוצאה היא 1, ואילו השארית שנותרה היא 2.

אבל הביטוי  $8 : 3 = 2(2)$  גם הוא מניב שארית 2 לאחר חלוקה ב-3 כמו גם מספרים אחרים כגון 14, 20 ועוד רבים נוספים.

מצד שני, B מתחלק ב-5 עם שארית 2, לדוגמה:  $7 : 5 = 1(2)$ , אבל גם 12 מתחלק ב-5 עם שארית 2. שתיים ועוד רבים נוספים. מכיוון שאין לנו דרך לדעת איזה מספר בדיוק מיוצג על ידי A ואיזה על ידי B לא נוכל להחליט איזה מהטורים גדול יותר ונסמן את תשובה (4).

19. (4) - 70,000

זוהי שאלת **שליפת נתון** – אנו מחפשים את סכום הכסף הגבוה ביותר שהופקד, כלומר את המלבן עם הגובה הגדול ביותר. מלבן זה הוא המלבן הימני העליון ואם נספור נראה כי גובהו 7 יחידות על ציר ה-Y כלומר הופקדו בו 70,000 שקלים.

20. (2) -

בשאלה זו, אנו מתבקשים לבחור אחד מתוך 4 תרשימים אשר מייצג נכונה את סכומי הכסף שאסף הפקיד בבנק - מיוצג בציר ה-Y, בהתפלגות לפי שנים - מיוצגת בציר ה-X. מכיוון שאיננו רוצים לחשב את כל השנים בזו אחר זו, נתחיל במחצית השנה הראשונה (מ-1/90 ועד 7/90) וננסה לפסול בעזרתה תשובות.

במחצית שנה זו היו לאסף 2 תוכניות בהן השקיע:

המלבן הנמוך ביותר בו הפקיד 10,000 שקלים

והמלבן העליון בו הופקדו 50,000 שקלים.

כלומר במחצית השנה הראשונה היו לאסף 60,000 שקלים בתכניות השונות. אם נביט בגרפים

האפשריים נראה כי גרף 2 **בלבד** מציג סכום של 60,000 שקלים במחצית השנה הראשונה ולכן

נוכל לעצור את הבדיקה בשלב זה ולסמנו כתשובה הנכונה.

21. (1) - 21,000

**EZ זיהוי:** אחוזים**EZ סיווג:** חישוב אחוז מתוך השלם – נציב במשוואת האחוזים.

בתאריך המדובר, 7/92 משתחררת לאסף תכנית חסכון אחת (צלע המלבן הימנית שלו נחה בדיוק על תאריך זה) בה היו מושקעים 20,000 שקלים והרווח עליהם הינו 5%.

$$\text{שנתמש במשוואת האחוז:} = \frac{\text{אחוז}}{100} \times \text{שלם} = \text{חלק יחסי}$$

$$1000 = 20,000 \cdot \frac{5}{100} : 5\% \text{ נציב ונחשב כמה הם}$$

כלומר בתאריך המיועד השתחררו 20,000 השקלים שהופקדו מלכתחילה יחד עם 1000 השקלים שהרוויחה התכנית. סה"כ 21,000 שקלים.

22. (4) - 4

גם זוהי בעצם שאלת **שליפת נתון**, עלינו לחפש מלבנים אשר צלעם התחתונה ארוכה יותר מ-2 יחידות בגרף (כל יחידה היא חצי שנה) - אנו רואים כי ישנם 3 מלבנים כאלו. בנוסף נחפש גם מלבנים שגובהם גדול יותר מ-5 יחידות בגרף (כלומר מעל 50,000 שקלים), אנו רואים כי יש שני מלבנים כאלו (שניהם בני 10% רווח) אך את הגדול יותר כבר ספרנו קודם ולכן נוסיף עוד תכנית אחת בלבד. סה"כ 1+3, כלומר 4 תוכניות חיסכון שמזכות את אסף במתנה.

23. (1) - 9a

**EZ זיהוי:** גיאומטריה – מצולעים משוכללים.**EZ-Tip:** עבור כל זוג מצולעים משוכללי דומים, יחס השטחים =  $(\text{יחס קווי})^2$ .

כל זוג מצולעים משוכללים בעלי אותו מספר צלעות, דומים זה לזה. נתונים לנו שני מחומשים משוכללים. מכיוון שצלעו של האחד שווה 1 וצלעו של השני שווה 3, נדע שהם מקיימים ביניהם יחס קווי של 1:3 ומכאן שיחס השטחים ביניהם הוא 1:9. לכן, אם שטחו של הקטן שווה a אזי שטחו של השני גדול פי 9, כלומר 9a.

24. (1) - n

**EZ זיהוי:** המילה "אפשרויות" מופיעה בשאלה – קומבינטוריקה

**EZ סיווג:** אנו עוסקים במספר האפשרויות להצגת מספר כלשהו – "פיצוח כספת"

יש לנו מספר בן x ספרות ולכל ספרה 9 אפשרויות. כלומר יש לנו x אירועים ולכל אירוע 9 אפשרויות:  $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \dots$  כך x פעמים.

$$\text{אילו } x = 2 \text{ נקבל בעצם: } 9 \cdot 9 = 9^2$$

$$\text{ואילו } x = 3 \text{ נקבל בעצם: } 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^3$$

ולכן, נוכל לומר כי מספר האפשרויות שלנו לייצוג המספר הינו:  $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \dots = 9^x$ .

אנו נשאלים משהו x ואם נביט בתשובות (בכולן מופיע n) נבין כי אנו מחפשים בעצם את הקשר בין x ל-n.

מכיוון שנתון לנו בשאלה כי סה"כ האפשרויות לייצוג המספר הוא  $3^{2n}$ , נוכל להשוות ערך זה

לביטוי שאנחנו קיבלנו. כלומר המשוואה שנבנה היא:  $9^x = 3^{2n}$

$$\text{כעת נפרק לבסיסים הקטנים ביותר: } (3^2)^x = 3^{2n}$$

$$\text{ונקבל: } 3^{2x} = 3^{2n}$$

מביטוי זה ניתן להסיק בקלות כי  $x = n$ .

$$25. (4) - \sqrt{a+1} = \frac{a}{a+1} + 1$$

**EZ זיהוי:** משוואת יצירתיות + נוסחאות הכפל המקוצר

**EZ סיווג:** סוג הצבה

בשאלה מופיעה תבנית הפעולה:  $(x) = x^2 - 1$

ובמילים: הפעולה מעלה מספר כלשהו בריבוע ומחסירה ממנו 1.

אנו נשאלים איזה מן הביטויים שבתשובות נכון בהכרח, ולכן נפשט כל אחת מן המשוואות שבתשובות בעזרת תבנית הפעולה ונבדוק האם מתקבל ביטוי אמת (מצב בו שני צידי המשוואה זהים). נזכור כי על פי סדר פעולות חשבון: ראשית נפתור סוגריים, שנית פעולה יצירתית, לאחר מכן חזקות ושורשים, כפל וחילוק ולבסוף חיבור וחסור.

תשובה (1):  $(a) = a$  תשובה זו מראש נראית בעייתית מפני שאם נבצע פעמים העלאה בריבוע ככל הנראה לא נקבל ביטוי השווה ל-a.

נתחיל מהסוגריים הפנימיים ונקבל בשלב הראשון:  $(a^2 - 1) = a$ , כעת עלינו להציב בתבנית את

הביטוי  $(a^2 - 1)$ , מובן שנקבל ביטוי השונה מ-a ולכן אין טעם להמשיך בחישוב, נפסול תשובה זו.



תשובה מס' 2 :  $(a + b) = (a) + (b)$  - נציב בתבנית הפעולה

$$(a + b)^2 - 1 = a^2 - 1 + b^2 - 1 \quad \text{עבור כל אחד מהביטויים ונקבל:}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 1 = a^2 - 1 + b^2 - 1 \quad \text{נפתח את הסוגריים השמאליים לפי כפל מקוצר:}$$

$$2ab = -1 \quad \text{לאחר שנעביר אגפים נקבל:}$$

כלומר, גם ביטוי זה איננו נכון.

תשובה מס' 3 :  $(b) = (b - 1) \cdot (\sqrt{b})$ , נציב בתבנית הפעולה ונקבל:

$$b^2 - 1 = (b - 1) \cdot ((\sqrt{b})^2 - 1) \quad \text{נפשט מעט את הביטוי:}$$

$$b^2 - 1 = (b - 1) \cdot (b - 1) \quad \text{ונקבל:}$$

$$b^2 - 1 = (b - 1)^2$$

איננו חייבים להמשיך מעבר לביטוי זה מכיוון שכבר ניתן לראות ששני האגפים אינם שווים.

נבדוק את תשובה מס' 4 והאחרונה :  $1 + \frac{(a)}{a+1} = \sqrt{a+1}$ , נציב בתבנית הפעולה:

$$\sqrt{a^2 - 1} + 1 = \frac{a^2 - 1}{a + 1} + 1$$

$$\sqrt{a^2} = \frac{a^2 - 1}{a + 1} + 1 - 1 \quad \text{ונפשט מעט את הביטוי:}$$

כעת, נזכור כי לפי נוסחאות הכפל המקוצר  $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$  ולכן הביטוי ייראה באופן הבא:

$$a - 1 = \frac{(a + 1)(a - 1)}{a + 1}$$

$$a - 1 = a - 1 \quad \text{נצמצם מונה ומכנה ונקבל:}$$

ניתן לראות כי ביטוי זה אכן נכון בהכרח וזוהי התשובה הנכונה.

**EZ-Tip** : כאשר הפעולות היצירתיות משולבות במשוואות נעבוד כרגיל על פתרון המשוואה,

אך נזכור את סדר פעולות חשבון במשוואות יצירתיות:

- א. הביטויים שבסוגריים
- ב. הפעולה היצירתית
- ג. חזקות ושורשים
- ד. כפל וחילק
- ה. חיבור וחסור

דרך נוספת:

ניתן להציב במקום  $x$  מספרים חיוביים נמוכים ופשוטים.

- הצבה של 1 תסייע לנו לפסול את תשובות (1) ו-(2).
- הצבה של 2 תסייע לנו לפסול את תשובה (3).
- לאחר שפסלנו 3 תשובות ניתן לסמן את תשובה (4).

## חשיבה כמותית: פרק 2 - פתרונות

1. (3) – שני הביטויים שווים זה לזה

**EZ זיהוי:** גיאומטריה

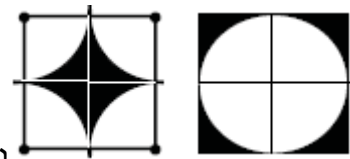
**EZ סיווג:** שטחים מושחרים.

**EZ-Tip:** טריקים קטנים מפילים מספרים גדולים.

דוגמה מצויינת לשאלה שרק נראית מסובכת, אך, למעשה לא כל כך נוראית. ראשית, חשוב להתמקד בשטח שנשאלנו עליו – הריבוע.



כעת נחלק את הריבועים לרבעים:



ונשים לב שלמעשה כל הרבעים זהים – רבע ריבוע המכיל רבע מעגל. כלומר, השטחים השחורים, המהווים את השטח החסום בין כל רבע של ריבוע לכל רבע של מעגל, שווים.

**EZ-Tip:** בצורות משוכללות ניתן להסתמך על שרטוט.

כמו כן, ממליץ גם להוסיף חישוב מלא על אף שאין צורך: כמו כן, ניתן גם לבצע את החישוב המלא על מנת למצוא את גודל השטחים, אך הדבר אורך זמן רב יותר לכן פחות מומלץ אך אפשרי:

בטור א עלינו לחשב שטח של של ריבוע פחות שטח של מעגל, צלע הריבוע שווה ל-  $2r$  לכן שטחו של הריבוע שווה ל-  $(2r)^2 = 4r^2$  ושטח המעגל הוא  $\pi r^2$  והשטח המושחר הוא חיסור שטח הריבוע משטח המעגל -  $4r^2 - \pi r^2$ .

בטור ב עלינו לחשב שטח של ריבוע פחות שטח של 4 גזרות של מעגל שכל אחת מהן מהווה רבע מן המעגל (מכיוון שהזווית המרכזית שווה ל- 90 מעלות).  $4r^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi r^2 = 4r^2 - \pi r^2$ .

כפי שניתן לראות גם מן החישוב המלא כמובן, שני הביטויים זהים האחד לשני.

2. (1) – הביטוי שבטור א' גדול יותר

**EZ זיהוי:** אלגברה

**EZ סיווג:** מדובר על נעלם המועלה בחזקות שונות - חוקי משפחות.

נתון כי  $x$  גדול מ-2, כלומר שייך למשפחת השלמים החיוביים.

נציב  $x=3$ :

$$\text{טור א: } x^2 = 3^2 = 9$$

$$\text{טור ב: } 2x = 2 \cdot 3 = 6$$

דרך נוספת:

ניתן להסתכל על שני הטורים כעל אי שוויון, שבו כיוון הסימן אינו ידוע לנו.

כיוון ש- $x$  גדול מ-2 ניתן להסיק כי הוא בוודאות חיובי, ולכן מותר לחלק את שני הטורים ב- $x$ :

$$\text{טור א: } \frac{x^2}{x} = x$$

$$\text{טור ב: } \frac{2x}{x} = 2$$

מכאן ניתן להעזיר במידע הנוסף ( $2 < x$ ) ולקבוע כי טור א גדול יותר.

3. (3) - שני הביטויים שווים זה לזה

**EZ זיהוי:** גיאומטריה.

**EZ סיווג:** מעגלים.

**משפט:** במעגל, שתי זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת – שוות זו לזו.

כלומר, זוויות  $\alpha$  ו- $\gamma$ , הנשענות על אותה קשת שוות.

**משפט:** במעגל, זווית מרכזית גדולה פי שתיים מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת.

כלומר,  $2\alpha = \beta$ . וכיוון שזווית  $\gamma$  שווה לזווית  $\alpha$ , אז טור ב',  $\alpha + \gamma$ , שווה, למעשה, ל- $2\alpha$ ,

כלומר שווה לטור א.

**4. (2) - הביטוי שבטור ב' גדול יותר**

**EZ זיהוי:** "A ו-B הן ספרות בין 1 ל-9" - שאלת אותיות.

**EZ-Tip:** כשנתון יחס כלשהו בין הספרות – A גדול פי 3 מ-B מס' עוקבים וכו' – נציב!

ובכן, נתחיל מהצבת A כיוון שהוא מייצג את המספר הקטן – נציב  $A=1$ , מכאן  $3=B$ .  
נבדוק באמצעות ההצבה את שוויו של כל טור:

טור א – 13

טור ב – 31

כלומר טור ב יותר גדול.

כמו כן ניתן לראות ש – B תמיד יהיה גדול מ – A ועקב כך ש – B היא ספרת העשרות במספר BA הוא יהיה גדול יותר מאשר AB.

**5. (2) - הביטוי שבטור ב' גדול יותר**

**EZ זיהוי:** מופיעה המילה סיכוי – שאלת הסתברות.

בשאלה כזו, נראה כאילו אין לנו מספיק נתונים על מנת להגיע לפתרון, אך למעשה ניתן לפתור אותה, והחישוב הוא פשוט למדי. אילו היה הסיכוי להוציא כדור אדום שווה לסיכוי להוציא כדור כחול וכן לסיכוי להוציא כדור ירוק, כלומר מספר הכדורים בכל צבע הוא שווה, היו 10 כדורים

בכל צבע, והסיכוי להוציא כדור בצבע אדום היה  $\frac{1}{3}$ .

גם במצב זה, בו הסיכויים להוצאת כדור אדום שווים לסיכויים להוצאת כל אחד מהכדורים האחרים, יש פחות מ-11 כדורים אדומים, כלומר, הביטוי שבטור ב הוא בודאות גדול יותר.

**6. (1) - הביטוי שבטור א גדול יותר**

**EZ זיהוי:** גיאומטריה.

**משפט:** ככל שלמצולע משוכלל החסום במעגל יש יותר צלעות – שטחו גדול יותר

הכרת המשפט הנ"ל מספיקה ע"מ לפתור את השאלה מיידית – בשני הטורים חסומים מצולעים שונים, במעגלים זהים. המצולע בעל מספר הצלעות הגדול יותר (כלומר, המצולע בטור א') יתפרס על שטח נרחב יותר.

ניתן גם לנסות לשרטט משולש משוכלל החסום במעגל לעומת מתומן משוכלל החסום במעגל ולראות את העקרון.



7. (2) -  $x < 0$

**EZ זיהוי:** אלגברה.

**EZ סיווג:** חזקות ושורשים.

נפרק את הביטוי לחלקים- אם  $x^3 \cdot y^2 < 0$ , אז אחד משני חלקי הביטוי שלילי-  $x^3$  או  $y^2$ . כיוון שחזקה זוגית מבטלת מינוסים האפשרות היחידה היא ש-  $x^3$  הוא שלילי. כיוון ש-  $x^3$  הוא שלילי, אז  $x$  חייב להיות שלילי-  $x < 0$ .

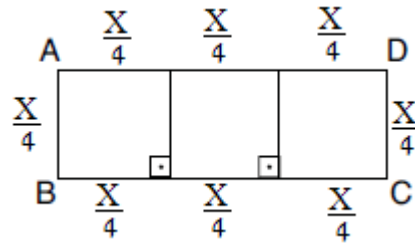
דרך נוספת:

אם נתבונן על הנתון  $x^3 \cdot y^2 < 0$ , אפשר לראות אותו כ:  $x \cdot x^2 \cdot y^2 < 0$  מכיוון שהביטוי  $x^2 \cdot y^2$  הוא בהכרח חיובי, ניתן לחלק את שני אגפי האי-שוויון בו, ואז נשאר עם:  $x < 0$

8. (2) -  $2x$

**EZ זיהוי:** גיאומטריה.

כיוון שהיקפו של כל ריבוע הוא  $x$  ניתן לחשב את שוויה של כל צלע -  $\frac{x}{4}$ .



קעת כל שנתר הוא לחבר את כל צלעות הריבועים בהיקף המלבן -

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{x}{4} = \frac{8x}{4} = 2x$$

ניתן גם להציב במקום  $x$  מספר כלשהו המתחלק ב-4, למשל 8.

אז נקבל:  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$

16 כמובן שווה ל-  $2 \cdot 8$   $2x = 2 \cdot 8$



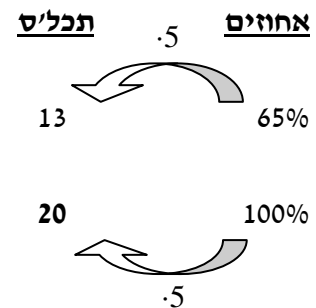
9. (4) - 20

**EZ זיהוי:** מופיע הסימן % - בעיית אחוזים

**EZ סיווג:** נתון אחוז וכן חלק יחסי - הנעלם הוא השלם

**EZWAY:** שיטת הצפרדע

ראשית עלינו להבין, שאם יוסי תפס את הכדור ב- 35% מהפעמים שזרק, הוא לא תפס את הכדור ב- 65% מהפעמים – הן אותן 13 פעמים. כעת נציב את הנתונים בשני טורים, ובעזרת קפיצות של כפל וחילוק נגיע ל-100% שהם השלם:



10. (1) -  $(x + 1)(x + 2)$

**EZ זיהוי:** אלגברה.

זוהי שאלת אלגברה שניתן לפתור בשתי דרכים –

דרך א': הצבה

נציב מס' מסוים במקום  $x$  ונפסול תשובות שלא יתאימו לתוצאה שקיבלנו בביטוי שבשאלה. למשל, נציב  $x = 0$ , ובביטוי שבשאלה נקבל -  $2 = 1 + 1^2 = (0 + 1) + (0 + 1)^2$ , ונשווה לתשובות: (1)  $2 = 1 \cdot 2 = (0 + 1)(0 + 2)$ , גם כאן קיבלנו 2 כפי שקיבלנו בביטוי המופיע בשאלה. תשובה זו מתאימה, עם זאת נמשיך לבדוק.

(2)  $4 = 2^2 = (0 + 2)^2$ , תשובה זו אינה מתאימה, וניתן לפסול אותה.

(3)  $1 = 1^3 = (0 + 1)^3$ , גם תשובה זו אינה מתאימה, וגם אותה ניתן לפסול.

(4)  $1 = 1 \cdot 1 = (0 + 1)(0^2 + 1)$ , גם תשובה זו אינה מתאימה, וגם אותה ניתן לפסול.

תשובה (1) היא היחידה שהתאימה לביטוי בשאלה, ולכן נבחר בה.



**EZ-Tip**: "אפס הוא המלך" מומלץ לזכור את תכונותיו של אפס כי בהצבות רבות הדבר יכול לעזור לנו מאוד.

1. אפס הוא מספר זוגי.
2. אפס הוא אינו מספר שלילי ואינו מספר חיובי כלומר הוא נייטרלי.
3. אפס הוא מספר שלם.
4. אפס מתחלק בכל המספרים מלבד מבעצמו.
5. אסור לחלק באפס.
6. כל מספר בחזקת אפס שווה 1.
7. אפס בחזקת כל מספר חיובי שווה לאפס.

דרך ב': הוצאת גורם משותף

מתוך הביטוי הנתון בשאלה -  $(x+1) + (x+1)^2$  - ניתן להוציא את  $x+1$  כגורם משותף, ואז נקבל -  $(x+1) + (x+1)^2 = (x+1)[1 + (x+1)] = (x+1)(x+1+1) = (x+1)(x+2)$  - זוהי תשובה מספר (1).

11. (1) - 100

**EZ זיהוי**: מופיעה המילה "הספקם" – בעיית הספק.

**EZ סיווג**: יחסי עבודה.

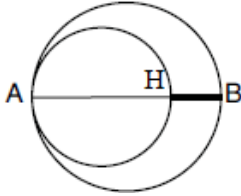
**EZ-Tip**: בבעיות תנועה והספק, ראשית, נוודא אחידות ביחידות.

ברגע שנעביר את הספק המכונה והאדם ליחידות זהות, השאלה תהיה פשוטה יותר. אם אדם מייצר קופסה ב-10 דק', אזי ב-60 דק', שהן שעה, הוא ייצר 6 קופסאות. בשעה המכונה מייצרת 600 קופסאות – פי מאה מהאדם – כלומר יש צורך ב-100 פועלים ע"מ שישתוו למכונה.

12. (2) - 2

**EZ זיהוי:** גיאומטריה.

**EZ סיווג:** מעגלים.



**משפט:** מיתר העובר דרך מרכז המעגל הוא קוטר, השווה בערכו לפעמיים הרדיוס.

מכאן ניתן להבין כי קטע AB, וגם קטע AH, הם קטרים בשני המעגלים. כל שנותר לנו הוא למצוא את הרדיוסים של שניהם,

**משפט:** שטח מעגל =  $\pi r^2$

$$\text{מכאן שקוטר המעגל הגדול הוא } 10 \text{ ס"מ. } \pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

$$\text{מכאן שקוטר המעגל הקטן הוא } 8 \text{ ס"מ. } \pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$$

נחסר את הקטרים זה מזה, ונקבל את גודלו של קטע AH -  $10 - 8 = 2$

13. (2) - 10,000

זוהי שאלת **שליפת נתון**, עלינו להסתכל היכן נמצאת המשבצת האפורה (כיוון ששאלו על מפעל "אפר") הגבוהה ביותר (כיוון שביקשו את המשכורת הגבוהה ביותר), ונראה כי היא נמצאת ב-10,000 שקלים.

14. (1) - ה

**EZ-Tip:** כששואלים "מה הבאים נכון בהכרח" נעבוד בפסילת תשובות - אלימינציה.

נעבור על התשובות, ונראה באיזו דרגה המשכורת בהכרח תעלה:

(1) - ה' - עובד בדרגה ה' במפעל "אפר" מרוויח בין 6,000 - 4,000 שקלים. לאחר שיעבור למפעל "קו", ויועלה בשתי דרגות ירוויח 8,000-10,000 שקלים. כלומר ההעלאה בשכר היא ודאית עם העלייה בשתי דרגות.

(2) - ב' - אפשר לראות כי עובד בדרגה ב' במפעל "אפר" מרוויח בין 2,000 ל-4,000 שקלים, ואילו עובד בדרגה ד' במפעל "קו" מרוויח בין 2,000 ל-5,000 שקלים - כלומר ההעלאה אינה ודאית! יתכן שבמפעל "אפר" ירוויח 4,000 שקלים, ובמפעל "קו", למרות ההעלאה בדרגה, ירוויח 2,000 שקלים.

(3) - ג' - עובד בדרגה ג' במפעל "אפר" מרוויח 2,000-6,000 שקלים. לאחר שיעבור למפעל "קו", ויועלה בשתי דרגות ירוויח 4,000-8,000 שקלים - כלומר ההעלאה אינה ודאית! יתכן שבמפעל

"קו" ירוויח 4,000 שקלים, ובמפעל "אפר", למרות ההעלאה בדרגה, ירוויח 4,000 שקלים, גם כן.

(4) - ד' - עובד בדרגה ד' במפעל "אפר" מרוויח 4,000-6,000 שקלים. לאחר שיעבור למפעל "קו", ויועלה בשתי דרגות ירוויח 5,000-10,000 שקלים - כלומר ההעלאה אינה ודאית! יתכן שבמפעל

"קו" ירוויח 5,000 שקלים, ובמפעל "אפר", למרות ההעלאה בדרגה, ירוויח 5,000 שקלים, גם כן.



15. (3) – 3,000

- כיוון ששני העובדים מרוויחים משכורת מקסימלית, ונמצאים באותה דרגה, עלינו לעבור על כל הדרגות הקיימות, ולבדוק היכן הפער הוא הגדול ביותר:
- א' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 2,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = שקלים 3,000. הפער: 1,000 שקלים.
- ב' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 3,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 4,000 שקלים. הפער: 1,000 שקלים.
- ג' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 4,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 6,000 שקלים. הפער: 2,000 שקלים.
- ד' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 5,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 6,000 שקלים. הפער: 1,000 שקלים.
- ה' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 8,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 6,000 שקלים. הפער: 2,000 שקלים.
- ו' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 10,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 7,000 שקלים. הפער: 3,000 שקלים.
- ז' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 10,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 9,000 שקלים. הפער: 1,000 שקלים.
- ח' – המשכורת המקסימלית ב"קו" = 11,000 שקלים, המשכורת המקסימלית ב"אפר" = 10,000 שקלים. הפער: 1,000 שקלים.

16. (3) - ג

נשים לב כי משכורתו של ירון עלתה פי 4 באותה דרגת שכר, במפעל "קו", וכעת נעבוד עם התשובות ונראה באיזו דרגה ניתן להכפיל פי 4 את המשכורת: בדרגה ג' טווח המשכורת הוא 1,000-4,000 שקלים, כלומר אם ירון היה ברף התחתון של המשכורת, וקיבל העלאה שהביאה אותו עד לרף העליון, הוא יכפיל את משכורתו פי 4.

$$17. (4) - \frac{64}{125}$$

**EZ זיהוי:** מופיעים לנו שברים המתארים חלק מתוך שלם - **בעיות אחוזים**.

**EZ סיווג:** שואלים אותנו על חלק מתוך חלק מתוך השלם – **אחוז מאחוז**.

**EZWAY:** נציב בנוסחת **אחוז מאחוז**: חלק יחסי =  $\frac{\text{אחוז}}{100} \cdot \frac{\text{אחוז}}{100} \cdot \text{שלם}$ .

בכל שלב מסופר לנו שהקיסר מחלק  $\frac{1}{5}$  מהאורז שבמחסנו, כך שנשאר בידו, בכל פעם,  $\frac{4}{5}$  האורז

שבכל שלב.

שואלים אותנו מהו החלק של האורז שנשאר, מתוך מה שהיה בהתחלה, אחרי 3 שנים, כלומר

אחרי 3 חלוקות. לכן עלינו להכפיל את החלק שנשאר  $(\frac{4}{5})$  שלוש פעמים:  $\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$

שימו לב שמכיוון ששואלים אותנו **מהו החלק**, השלם, כלומר, כמות האורז שהיתה בהתחלה במחסן, אינה נחוצה לנו כדי לפתור את השאלה.

$$18. (1) - 6$$

**EZ זיהוי:** מדובר על מספרים שלמים וחיוביים – **תכונות מספרים**.

את השאלה הזו ניתן לפתור באמצעות ניסוי וטעיה. נציב תשובות, ונבדוק איזו מהן בלתי אפשרית. נתחיל לבדוק את התשובה הגדולה ביותר שכן היא מהווה מקרה קצה.

אם  $n = 6$  אז גם אם ניקח את המספרים הקטנים ביותר בכל פעם:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ .

נקבל תשובה הגדולה מ-20 (21 ליתר דיוק). לכן זוהי התשובה הנכונה.

קעת נדגים למה כל אחת מהתשובות האחרות כן תתכן:

$$\text{תשובה (2) למשל } 11 + 9 = 20$$

$$\text{תשובה (3) למשל } 10 + 7 + 3 = 20$$

$$\text{תשובה (4) למשל } 1 + 2 + 3 + 4 + 10 = 20$$



19. (2) - 48

זיהוי: גיאומטריה.

EZ סיווג: נפחים.

משפט: נפח תיבה שווה למכפלת האורך ברוחב ובגובה.

ראשית, אפשר לחשב את נפח התיבה כפי שהייתה לפני שאמיר חתך אותה – סמ"ק  $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ , וכבר לפסול את תשובה (1) -72, כיוון שלא יתכן שלאחר החיתוך, נפח התיבה גדל!

כעת, כיוון שנתון שאחת הפאות מרובעת, ישנן מספר אופציות:

1 – אמיר קיצר את המקצוע באורך 5 ס"מ, ב-1 ס"מ ליצירת מקצוע נוספת של 4 ס"מ – יש לנו כעת מקצוע של 3 ס"מ, מקצוע של 4 ס"מ ומקצוע נוספת של 4 ס"מ.

נחשב נפח: סמ"ק  $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ .

2 – אמיר קיצר את המקצוע באורך 4 ס"מ, ב-1 ס"מ ליצירת מקצוע נוספת של 3 ס"מ – יש לנו כעת מקצוע של 3 ס"מ, מקצוע נוספת של 3 ס"מ ומקצוע של 5 ס"מ.

נחשב נפח: סמ"ק  $3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$ .

נפח זה קטן יותר מאשר חישבנו באפשרות מספר אחת, ולכן נפסול את תשובה (4).

3- אמיר קיצר את המקצוע באורך 5 ס"מ, ב-2 ס"מ ליצירת מקצוע נוספת של 3 ס"מ – יש לנו כעת מקצוע של 3 ס"מ, מקצוע נוספת של 3 ס"מ ומקצוע של 4 ס"מ. נחשב נפח: סמ"ק

$36 = 3 \cdot 3 \cdot 4$ . גם אפשרות זו נותנת נפח קטן יותר מאשר באפשרות הראשונה, ולכן התשובה

הנכונה היא תשובה מס' (2) - 48.

20. (1) – הישר a מאונך לציר ה- y.

זיהוי: גיאומטריה.

EZ סיווג: מדובר על ישר במערכת צירים - הנדסה אנליטית.

משפט: ישרים מקבילים הם ישרים שאינם נפגשים לעולם.

נתון שהישר a אינו חותך את ציר ה- x. מכאן ניתן להבין שהוא מקביל לציר ה- x, כלומר, ערך ה- y שלו, 2, אינו משתנה.

EZ-Tip: כששואלים אותנו "מה הבאים נכון" נעבוד בפסילת תשובות - אלימינציה.

תשובה (1) הישר מאונך לציר y- נכון! הגענו כבר למסקנה שהישר מקביל לציר x אשר ידוע

כמאונך לציר y, ולכן גם הישר a מאונך לציר y.

תשובה (2) הנקודה (4,-3) נמצאת על הישר a - לא יתכן! כבר הגענו למסקנה ששיעור ה- y של

הנקודות על הישר לא משתנה, והינו 2.

תשובה (3) הישר חוצה את הזוית של בין ציר ה-x לציר ה-y – לא יתכן, כיוון שהישר אינו חותך

את ציר ה-x.



(4) הנקודה (2,3) נמצאת על הישר  $a - x$  לא יתכן! כבר הגענו למסקנה ששיעור ה-  $y$  של הנקודות על הישר לא משתנה, והינו 2.

**EZ-Tip**: הדרך השניה ל- 700 היא אלימינציה!

21. (3) - 29

**EZ זיהוי**: מדובר על מספרים ראשוניים – תכונות מספרים.

**הגדרה**: מספר ראשוני הוא מספר אשר מתחלק בדיוק בשני מספרים טבעיים, ב- 1 ובעצמו בלבד.

כיוון שאודי החל ממשפט בן 13 מילים, נחפש את ארבעת המס' הראשוניים הבאים אחריו – 17, 19, 23, 29. כלומר במשפט החמיש יהיו 29 מילים.

**EZ-Tip**: מומלץ לזכור בעל פה את הראשוניים הראשונים:

2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41

22. (1) – בין 28 ל- 42

**EZ זיהוי**: בעייה מילולית שלא ניתן לשייך לסוגים המוכרים (אחוזים, יחס וכו')- בעיות כלליות.

**EZ-Tip**: בשאלות בהן התשובות מופיעות בטווחים כדאי לחפש את שני מצבי הקיצון –

מינימלי ומקסימלי.

נתחיל בחישוב המספר המקסימלי של ארנבים שישארו – נניח כי לכל זוג הורים נולד המספר המקסימלי של צאצאים- 3 (כלומר, 30 צאצאים סה"כ), ונניח כי נטרפו מס' מינימלי של ארנבים ע"י כל שועל – 2 (כלומר, 8 נטרפו סה"כ). עכשיו נחבר את הארנבים "ההורים" (20) עם הארנבים

"הצאצאים" (30), ונחסר את הארנבים שנטרפו (8) -  $20 + 30 - 8 = 42$

כעת נחשב את המס' המינימלי של ארנבים שנתרו: נניח כי לכל זוג הורים נולד המספר המינימלי

של צאצאים- 2 (כלומר, 20 צאצאים סה"כ), ונניח כי נטרפו מס' מקסימלי של ארנבים ע"י כל

שועל – 3 (כלומר, 12 נטרפו סה"כ). עכשיו נחבר את הארנבים "ההורים" (20) עם הארנבים

"הצאצאים" (20), ונחסר את הארנבים שנטרפו (12) -  $20 + 20 - 12 = 28$

כלומר, מספר הארנבים שנתרו הוא בטווח בין 28 ל- 42.



23. (1) -  $a - 1$

**EZ זיהוי:** מסופר על מספרים "שלמים וחיוביים" – תכונות מספרים.

**EZ-Tip:** נציב מראש נפסול שלוש!

בשאלות בהן מופיעים הנעלמים בשאלה וגם בתשובות, כדאי להציב מספרים. נניח כי  $a=1$ , כלומר  $2a=2$ , ואין ערכים אפשריים ל- $x$ . כעת ניתן להציב  $a=1$  בתשובות לבדוק איזו תשובה מתיישבת עם ערכים אפשריים ל- $x$ :

(1)  $a - 1 = 1 - 1 = 0$ , כלומר 0 ערכים אפשריים ל- $x$ . תשובה זו מתאימה להצבה שלנו בשאלה. נמשיך לבדוק את שאר התשובות.

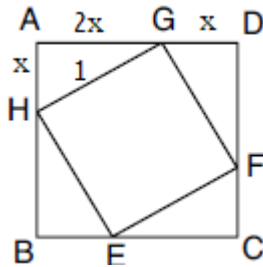
(2)  $a = 1$ , כלומר ערך אחד אפשרי ל- $x$ , תשובה זו אינה מתאימה, ונפסול אותה.

(3)  $a + 1 = 1 + 1 = 2$ , כלומר שני ערכים אפשריים ל- $x$ , תשובה זו אינה מתאימה, ונפסול אותה.

(4)  $a + 2 = 1 + 2 = 3$ , כלומר שלושה ערכים אפשריים ל- $x$ , תשובה זו אינה מתאימה, ונפסול גם אותה.

24. (4) -  $\frac{9}{5}$

**EZ זיהוי:** גיאומטריה.



ראשית, ניתן לחשב את צלעו של הריבוע EFGH.

**משפט:** שטח ריבוע =  $צלע^2$ .

כלומר -  $HG^2 = 1 \Rightarrow HG = 1$ .

כעת נתון ש  $2GD = AG$ . נסמן את  $GD$  כ- $X$ .  $\leftarrow AG = 2X$ .

אפשר להניח כי  $AH$  שווה ל- $GD$  בשל הסימטריה של הריבועים, וכעת, במשולש ישר זווית  $AGH$  יש לנו שתי צלעות המבוססות באותו נעלם, וצלע אחת ידועה – באמצעות משפט פיתגורס נוכל

$$AG^2 + AH^2 = GH^2$$

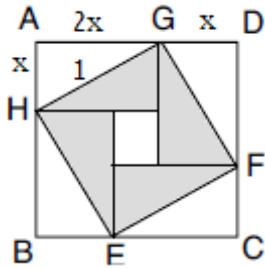
$$(2X)^2 + X^2 = 1^2 \Rightarrow 4X^2 + X^2 = 1 \quad \text{למצוא את ערכו של } X$$

$$5X^2 = 1 \Rightarrow X^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow X = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

מכאן שצלע אחת של הריבוע הגדול, אשר שווה ל- $3X$ , שווה ל- $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .

את שווי הצלע נעלה בריבוע לקבלת שטח הריבוע:  $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{9}{5}$





ניתן לפתור שאלה זו גם באמצעות אינטואיציה:  
 נוריד אנך מנקודת המפגש של כל אחת מצלעות הריבוע הקטן עם צלעות הריבוע הגדול ונתייחס לכל אחת מצלעות הריבוע הקטן, כאלכסון במלבן הנוצר מכל אחת מבניות העזר הנ"ל. אלכסון המלבן מחלק את שטח המלבן לשני חלקים שווים וניתן לראות זאת בכל אחד מהמלבנים הקטנים שיצרנו (משולש לבן ומשולש אפור שווים בשטחם).

שטח הריבוע הגדול שווה לשטח הריבוע הלבן ועוד סכום ארבעת המשולשים הלבנים. סכום שטחי המשולשים הלבנים שווה לסכום שטחי המשולשים האפורים, השווה כמעט לשטח הריבוע הקטן, שהוא כפי שנתון לנו, שווה 1 סמ"ר. אם כך, סכום שטחי המשולשים האפורים הוא כמעט 1. מכאן שסכום הריבוע הקטן ועוד סכום שטחי המשולשים הלבנים צרי להיות קטן במעט, מ-2. התשובה המתאימה היא (4).

תשובה (2) נפסלת משום שהיא שווה ל-2. תשובה (3) נפסלת משום שהיא גדולה מ-2.

תשובה (1) נפסלת משום שהיא שווה ל- $1\frac{1}{2}$ . זה לא ייתכן מכיוון שסכום שטחי המשולשים האפורים חייב להיות גדול מחצי שטחו של הריבוע.

**EZ-Tip:** הדרך השישית ל-700 היא אינטואיציה!

25. (2) – רק בתיה צודקת

**EZ זיהוי:** תכונות מספרים.

**EZ סיווג:** מופיע הביטוי "מתחלק ב-" – תכונות חלוקה.

בועז טוען שכל מספר המתחלק ב-6 וב-10 מתחלק ב-60. נחפש את המספר הקטן ביותר שמתחלק גם ב-6 וגם ב-10  $\Leftarrow$  30.

30 מתחלק בשניהם, ואינו מתחלק ב-60, כלומר בועז טועה.

האם בתיה צודקת? כן! כיוון שפירוק לגורמים ראשוניים של המספרים 6 ו-10, יתן לנו את 2 (שמופיע בשני המספרים), 5 ו-3. אם נכפול אותם זה בזה, נקבל 30 – כלומר 30 מכיל כל אחד

מהגורמים הראשוניים בשני המספרים פעם אחת בלבד, ולכן כל מספר שמתחלק בשניהם, יתחלק גם בו.

